

Model Kendali Optimal Rute Perjalanan Medan Binjai Dengan Mempertimbangkan Waktu Tempuh Dan Konsumsi Bahan Bakar Menggunakan Prinsip Pontryagin

¹Muhammad Huda Firdaus, ²Meilisa Malik, ³Yuan Anisa

Akademi Informatika dan Komputer Medicom, Universitas Medan Area, Indonesia

Email: : m.huda.firdaus86@gmail.com

ABSTRAK – Penelitian ini memaparkan bagaimana memodelkan kendali optimal pada rute perjalanan, antara dua kota di Provinsi Sumatera Utara yang bernama Kota Medan dan Kota Binjai. Kedua kota ini memiliki jumlah penduduk yang banyak. Dengan jumlah penduduk yang banyak tersebut, penduduk ini sering melakukan mobilisasi dari Kota Medan ke Kota Binjai untuk bekerja dan berdagang. Sehingga pada pagi dan sore hari rute utama (jalan provinsi) Medan –Binjai sangat padat oleh kendaraan bermotor, sedangkan pada siang hari jumlah kendaraan tidak terlalu banyak. Kendali optimal pada rute Medan Binjai dilakukan dengan mempertimbangkan waktu tempuh dan konsumsi bahan bakar. Metode yang akan digunakan dalam penyelesaian kendali optimal ini adalah prinsip Pontryagin. Terlebih dahulu dibentuk model persamaan diferensialnya, kemudian model yang dibentuk melibatkan prinsip Pontryagin. Hasil optimal diperoleh dengan memasukkan nilai kecepatan kendaraan. Diperoleh waktu perjalanan Medan Binjai yang dilakukan pagi atau sore hari adalah satu jam enam menit, sedangkan perjalanan Medan Binjai yang dilakukan siang hari adalah waktu optimal sebesar 33 menit.

Kata Kunci : Kendali Optimal; Sistem Dinamik; Prinsip Pontryagin; Waktu; Medan Binjai

ABSTRACT - This study describes how to model optimal traffic control along the route between two cities in North Sumatra Province: Medan and Binjai. Both cities have large populations. Given these large populations, residents frequently travel from Medan to Binjai for work and trade. Consequently, in the mornings and evenings, the main route (provincial road) between Medan and Binjai is heavily congested with motor vehicles, whereas during the day, traffic volume is relatively low. Optimal control for the Medan–Binjai route is implemented by considering travel time and fuel consumption. The method used to solve this optimal control problem is the Pontryagin principle. First, a differential equation model is formulated, and then the Pontryagin principle is applied to this model. The optimal solution is obtained by incorporating vehicle speed values. The travel time for the Medan–Binjai route during the morning or evening is found to be one hour and six minutes, while the optimal travel time for the same route during the day is 33 minutes.

Keywords: Optimal Control; Dynamic Systems; Pontryagin Principle; Time; Medan Binjai

PENDAHULUAN

Medan dan Binjai merupakan kota yang terdapat pada provinsi Sumatera Utara, kedua kota ini memiliki jarak kurang lebih 22 km berdasarkan data Badan Pusat Statistik [1] dan perkiraan waktu tempuh secara normal adalah 40 menit dengan menggunakan sepeda motor. Waktu ini

bisa ditempuh lebih lama atau lebih cepat tergantung dari dua hal secara umum, yaitu kecepatan kendaraan dan keadaan lalu lintas.

Penulis mengambil persoalan ini dikarenakan pada bulan Juni 2026 jalur provinsi Medan-Binjai ini sedang dilakukan pengerjaan proyek Bus Rapid Transit (BRT), sehingga ruas jalan ini semakin sempit. Penyempitan ruas jalan ini otomatis membuat kemacetan semakin parah, Penulis mengkaji rute Medan-Binjai ini dengan penerapan teori kendali optimal.

Pada persoalan rute perjalanan Kota Medan menuju Kota Binjai dapat diperoleh kemungkinan pilihan antara lain

1. Memilih rute jarak yang berbobot kecil tetapi macet
2. Memilih rute jarak yang berbobot besar tetapi tidak macet
3. Memilih rute jarak yang berbobot kecil dan tidak macet (pada siang hari)

Selanjutnya akan dikaji pilihan mana yang terbaik diambil masyarakat agar diperoleh perjalanan yang optimal.

KAJIAN TEORI

Pemodelan matematika secara sederhana adalah suatu cara yang dilakukan dengan mengubah persoalan sehari-hari di kehidupan manusia menjadi bentuk model matematika, agar persoalan tersebut dicari solusinya secara optimal. Aljabar, Aljabar linier, Aljabar Matrik dan Aljabar Grafik merupakan dasar dalam pembentukan pemodelan. Di bidang statistik, suatu cara mengolah data yang kemudian dibuat ke dalam pemodelan statistik dikenal sebagai regresi. Regresi terdiri dari beberapa jenis; salah satu di antaranya adalah regresi linier. Pada aljabar terdapat tiga unsur dasar, antara lain koefisien, variabel, dan konstanta, dan yang menjadi titik persoalannya adalah mencari nilai variabel tersebut, sedangkan pada statistika koefisien ini boleh disebut juga sebagai parameter. Parameter ini menjadi titik persoalannya dalam statistika, di mana data yang diperoleh akan kita olah untuk mendapatkan nilai parameternya. Kadang-kadang, data yang diolah ukurannya terlalu besar, yang lebih dikenal sebagai Big Data, sehingga proses pemodelannya akan lebih kompleks lagi. Belum lagi jika pemodelan tersebut dihadapkan dengan dua persoalan linier atau non linier yang perlu dilakukan sistem identifikas

Teori kendali merupakan pemodelan sistem dinamis ,yang secara sederhana dapat diartikan sebagai mensimulasikan perilaku sistem kompleks dari waktu ke waktu. Kendali optimal adalah cabang dari teori kendali yang proses penyelesaiannya dilakukan secara

matematis dan teknik/rekayasa dalam sistem dinamis dengan tujuan tertentu (biaya , waktu dan energi seminimum mungkin). Penggunaan kendali optimal telah banyak digunakan antara lain pada bidang Kesehatan.

Metode-metode yang dapat menyelesaikan permasalahan teori kendali antara lain metode pemodelan persamaan diferensial dan metode Pontryagin. Pemodelan persamaan diferensial adalah metode yang pertama kali digunakan untuk menyelesaikan permasalahan teori kendali. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan teori kendali optimal pada penelitian ini adalah prinsip Pontryagin. Metode ini merupakan metode yang ditemukan pada tahun 1956 oleh matematikawan asal Rusia, bernama Lev Pontryagin. Metode Pontryagin melakukan banyak perubahan pada penyelesaian permasalahan kendali optimal dengan menetapkan kondisi yang diperlukan pada sistem kendali agar fungsi biaya optimal. Metode ini sangat sederhana dibandingkan dengan metode lainnya, sehingga penelitian ini diharapkan dapat membantu mahasiswa maupun peneliti pemula di bidang teori kendali untuk dengan mudah mempelajari dasar teori kendali.

METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini menggunakan literature buku-buku dan jurnal-jurnal yang berhubungan dengan kendali optimal. Prosedur penelitian diawali dengan melakukan perjalanan dengan menggunakan sepeda motor menempuh rute utama (jalan Provinsi) kota Medan ke Kota Binjai, dengan kecepatan berkisar 20-60 km/jam, tangki bahan bakar (pertalite) sebanyak 3 liter.

Hari pertama berkendara dilakukn pada pagi hari, hari kedua berkendara dilakukan sore hari dn hari ketiga melakukan perjalanan pada siang hari dimulai pada pukul 14.00 WIB.

Kemudian dari data-data selama perjalanan dari Kota Medan menuju Kota Binjai pada hari pertama dan kedua dengan jarak 22 km kecepatan 20 km/jam, kemudian pada hari ketiga dengan jarak 22 km kecepatan 40 km/jam dibuat model kendali optimal, setelah terbentuk model, model kendali optimal diselesaikan dengan prinsip maksimum Pontryagin.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kendalan merupakan alat utama dalam melakukan suatu perjalanan, maka akan ditentukan terlebih dahulu Variabel keadaan (State Variabel)

Variabel keadaan (State Variabel)

Misalkan

$X(t)$ = posisi kendaraan sepanjang rute perjalanan (km)

$V(t)$ = kecepatan kendaraan (km/jam)

Sehingga vektor keadaannya adalah :

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

Variabel Kendali

$u(t)$ = percepatan kendaraan (km/jam^2)

Model Dinamika Kendaraan

Pergerakan kendaraan dapat diasumsikan satu dimensi sepanjang rute Medan ke Binjai

$$\dot{x} = v \quad \dot{v} = u$$

Dengan kondisi awal

$$x(0) = 0$$

$$v(0) = v_0$$

dan kondisi akhir

$$x(T) = D$$

Dimana

D = Jarak Kota Medan Ke Kota Binjai

T = Waktu tempuh total

Fungsi Tujuan

Tujuan optimisasi adalah Meminimumkan waktu perjalanan dan meminimumkan bahan bakar

Umumnya kondisi bahan bakar akan meningkat jika percepatan di perbesar

Fungsi biaya nya adalah

$$J = \int_0^T [\alpha + \beta u^2(t)] dt$$

dengan

$\alpha > 0$ = bobot waktu perjalanan

$\beta > 0$ = bobot konsumsi bahan bakar

Kendala sistem

Batas kecepatan

$$0 \leq v(t) \leq u_{max}$$

Batas percepatan

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max}$$

Hamiltonian

$$H = \alpha + \beta u^2 + \lambda_1 v + \lambda_2 u$$

dimana

λ_1, λ_2 adalah variabel costate

Persamaan Costate

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda_1$$

Sehingga

$$\lambda_1 = C_1$$

$$\lambda_2 = -C_1 t + C_2$$

Kondisi Optimal

Prinsip Pontryagin menyatakan

$$\frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

$$2\beta u + \lambda_2 = 0$$

$$u^*(t) = -\frac{\lambda_2}{2\beta}$$

Karena

$$\lambda_2 = -C_1 t + C_2$$

Maka

$$u^*(t) = \frac{C_1 t - C_2}{2\beta}$$

Yang merupakan kendali optimal berupa fungsi linier terhadap waktu.

Dari data pada metode penelitian berupa jarak Kota Medan ke Kota Binjai 22 km dan kecepatan sepeda motor 40 km/jam maka model kendali optimalnya adalah

$$\dot{x}(t) = 40$$

Dengan fungsi biaya

$$J = \int_0^T (\alpha + 1600\beta) dt$$

Dan waktu tempuh

$$T = \frac{D}{\dot{x}(t)}$$

Dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB, model kendali optimal dapat diselesaikan.

SIMPULAN

Ada beberapa pilihan yang terjadi dalam suatu persoalan rute, oleh sebab itu perlu untuk memodelkan persoalan tersebut kedalam bentuk matematika agar dapat dipilih satu dari

beberapa pilihan tersebut. Tentunya pilihan tersebut adalah yang optimal dengan memperhatikan kendalanya.

Dari tiga kemungkinan diatas diharapkan Masyarakat dapat mempertimbangkan pilihan ke tiga Penelitian ini dilakukan sebagai tempat pemberian informasi kepada Masyarakat salah satunya

Jika menggunakan Matlab pada data yang terdapat pada metode penelitian, maka akan diperoleh kendali optimal untuk waktu tempuh dari Kota Medan ke Kota Binjai selama 33 menit dan konsumsi bahan bakarnya menghabiskan 0,49 liter pertalite.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik. (2018, 30 Agustus). Diakses pada 11 Juli 2026 dari <https://sumut.bps.go.id/id/statistics-table/1/NTc0IzE=/jarak-dari-kota-ke-kota-di-wilayah-provinsi-sumatera-utara--km---2015.html>
- Hurst, K.S (2006). Prinsip-Prinsip Perancangan Teknik. Jakarta: Erlangga
- Sterling, M. J (2005). *Algebra For Dummies*. Bandung: Pakar Raya
- Setiadji (2008). Aljabar Linier. Yogyakarta: Graha Ilmu
- Sibarani, M (2013). Aljabar Linier. Jakarta: Raja Grafindo Persada
- Abbott, P (2010). Swadidik Aljabar. Bandung: Pakar Raya
- Firdaus, M.H (2023). Model Regresi Linier Untuk Menentukan Keterlambatan Siswa Datang Sekolah Pada Siswa SMK Swasta Imelda Medan. *Jurnal Warta Dharmawangsa* 17 (1) 208-213.
- Firdaus, M.H. (2017). Optimisasi Dengan Adanya *Big Data* Problem. *Jurnal As-Salam* 1 (1) 33-36
- Cerone, V. dan Regruto, D. (2015). Handling Big Data in Set-membership Identification Through a sparse Optimization Approach. *IFAC Papers Online* 48-24, 12721278
- Prahasta, E. (2018). *Systems Thinking Dan Pemodelan Sistem Dinamis*. Bandung: Informatika.

- Affandi, P. dan Faisal. (2018). Kendali Optimal Pada Model Penyakit Scabies. KoPeN: Konferensi Pendidikan Nasional.
- Andiraja, N. (2026). Kendali Optimal Penggunaan Kelambu Pada Pencegahan Malaria di Papua. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, Vol. 8, No. 1 Hal 314-323
- Luknanto, D. (2001). *Metode Numerik*. Yogyakarta: Teknik Sipil FT UGM
- Susila, I.N. (1993). *Dasar-Dasar Metode Numerik*. Bandung: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi.
- Syahril, E. (2002). Prinsip Maksimum Pontryagin dalam Masalah Kontrol Optimum Stokastik. *Journal of Mathematics and Its Applications*, 1(2), 23–36

